

# EROAREA SISTEMATICĂ A SIMULATORULUI METROLOGIC DE IMPEDANȚĂ

V. Nastas, dr., conf. univ., P. Nicolaev, drd  
Universitatea Tehnică a Moldovei

## INTRODUCERE

Măsurarea cu precizie înaltă a componentelor impedanței se efectuează prin metode de echilibrare, implementate în circuite de măsurare cu punte, cu compensare, sau cu rezonanță [1,2]. Precizia măsurării conform acestor metode este determinată în primul rând de precizia elementului de referință, care în circuitele de măsurare execută funcția de reproducere a unei mărimi etalon, omogenă cu mărimea măsurată [3].

Tradițional în calitate de elemente de referință în măsurătoare de impedanță se utilizează rezistoare, condensatoare, bobine de inductanță de precizie înaltă. Pentru a asigura posibilitatea reproducerii măsurilor reglabile se utilizează magazine de rezistență, capacitate sau inductanță, care se caracterizează prin dimensiuni și preț de cost considerabile și incomoditate în utilizare.

Creșterea considerabilă a caracteristicilor elementelor de referință este posibilă prin utilizarea în această calitate a **simulatorilor metrologici de impedanță** (SMI) [4].

Destinația SMI constă în reproducerea mărimii de referință în circuite pentru măsurarea componentelor impedanței [5]. Prezența lor este strict necesară în circuite de măsurare cu echilibrare [6], în care ele determină nemijlocit precizia măsurării [7]. Din punct de vedere funcțional un SMI poate fi considerat un dispozitiv cu doi poli la care se reproduce o mărime electrică, conectat într-un circuit extern. Pentru realizarea practică a unui SMI se utilizează elemente active cu reacții inverse pozitive și negative. Caracteristici superioare posedă SMI pe bază de amplificatoare operaționale (AO) cu reacții inverse pozitive și negative [8], care asigură reproducerea mărimilor pasive cu caracteristici, determinate numai de caracteristicile reacțiilor inverse [9].

Utilizarea SMI în calitate de elemente metrologice necesită formularea unor cerințe specifice față de acestea, și anume [10]:

- Eroare mică și stabilitate înaltă a impedanțelor reproduse;
- Posibilitatea reproducerii impedanțelor cu orice caracter al componentelor;

- Reglarea independentă a componentelor impedanței reproduse;
- Valoarea cunoscută și garantată a erorii sistematice a impedanței reproduse;
- Comanda digitală cu caracterul și valorile componentelor impedanței reproduse;
- Lipsa elementelor reactive reglabile (condensatoare variabile, cutii de inductanță).

Satisfacerea tuturor acestor cerințe în SMI reale este pe deplin posibilă. La momentul actual este determinată o clasă de SMI care, parțial sau totalmente, satisfac cerințele sus formulate. În [11] a fost propusă o clasificare după criteriile relevante a dispozitivelor cunoscute care potențial ar putea fi utilizate în calitate de SMI.

## 1. SIMULATORUL METROLOGIC DE IMPEDANȚĂ

Conform [11], pentru utilizarea în scopuri metrologice a fost elaborată o clasă de SMI cu structură algoritmică, care asigură reproducerea mărimilor etalon cu orice caracter și reglarea lină independentă a componentelor impedanței sau admitanței reproduse [12,13]. Aceste SMI pot fi clasificate după mai multe criterii, fiecare din ele posedând domenii specifice de utilizare. În calitate de exemplu în continuare se va utiliza un SMI în coordonate carteziene cu o bornă conectată la masă. Acest simulator asigură reproducerea impedanțelor simulate cu orice combinație a componentelor activă și reactivă, iar pentru reglarea caracterului componentelor se utilizează rezistențe variabile, care asigură variația componentelor conform (1):

$$R = \{-R_{\max} \div +R_{\max}\}; X = \{-X_{\max} \div +X_{\max}\} \quad (1)$$

Acest SMI conține un convertor curenți-tensiune bazat pe AO A cu rezistența de intrare zero și factorul de conversie R, care transformă curentul de comandă în tensiune (Fig.1) [14,15]. Ieșirea convertorului este conectată la un amplificator diferențial AD care este utilizat pentru eliminarea efectului reacției comune. Pentru variația componente active a impedanței reproduse este utilizat amplificatorul programabil AP1. Defazorul

D introduce un defazaj de  $90^\circ$  tensiunii de la intrare sa. Amplificatorul programabil AP2 este utilizat pentru variația componentei reactive. Sumatorul S are rolul de a suma semnalul de la AP1 cu cel de la AP2. Tensiunea de la S, aplicată la intrarea convertorului curent-tensiune, împreună cu curentul de comandă formează o impedanță la intrarea simulatorului.

Impedanța  $Z_i$  reprodusă de SMI la clemele de intrare se determină [16]:

$$Z_i = \frac{U_i}{I_i} = K_1 \cdot R - j \cdot K_2 \cdot R \equiv R_i + jX_i \quad (2)$$

unde:  $R_i$  este componenta activă a impedanței reproduse,  $X_i$  – componenta reactivă.

După cum rezultă din (2), impedanța  $Z_i$ , reprodusă de SMI la clemele de intrare este exprimată în coordonate Carteziene sub forma sumei componentelor activă  $R_i$  și reactivă  $X_i$ . Reglarea coeficientului de amplificare  $K_1$  al amplificatorului AP1 rezultă în variația componentei active  $R_i$ , iar reglarea coeficientului de amplificare  $K_2$  al amplificatorului AP2 - în variația componentei reactive  $X_i$  a impedanței reproduse  $Z_i$ . Variația lină a coeficienților  $K_1$ ,  $K_2$  în banda de valori  $-1 \div +1$  asigură reglarea lină independentă a

componentelor activă și reactivă în domeniul valorilor pozitive și negative și astfel, reproducerea impedanțelor cu orice caracter.

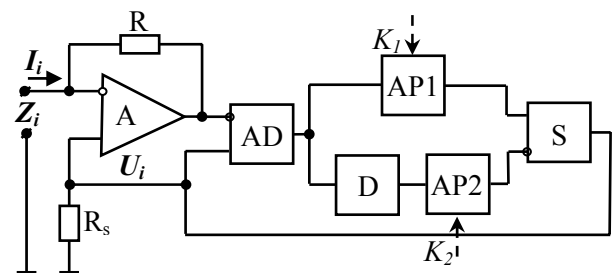


Figura 1. Schema bloc a SMI.

Pe baza schemei bloc a SMI în [17,18] a fost elaborat schema principală a simulatorului (Fig.2), toate componentele fiind implementate pe bază de AO.

Convertorul curent-tensiune este bazat pe AO  $A_1$  și rezistența  $R$  care constituie și factorul de conversie. Amplificatorul diferențial AD1 este alcătuit din AO  $A_2$  și rezistențele  $R_1$ - $R_4$  de aceeași valori, astfel asigurându-se un coeficient de amplificare  $K_{AD}=1$ .

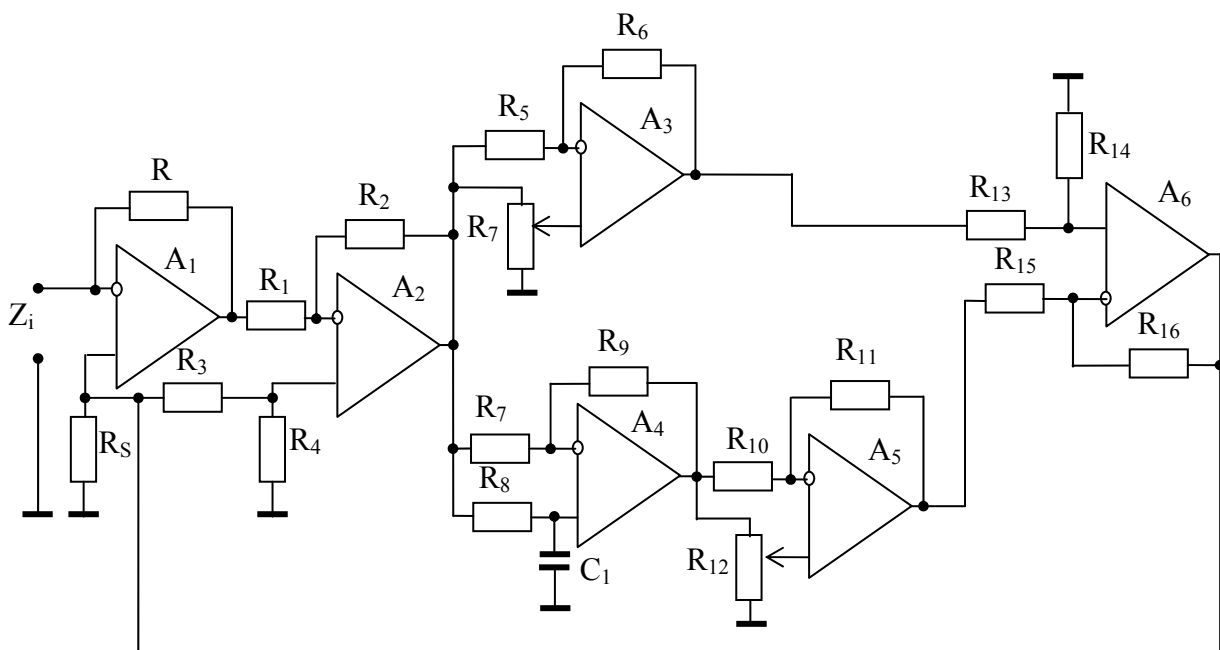


Figura 2. Circuitul SMI.

Amplificatorul programabil AP1 este bazat pe AO  $A_3$ , rezistențele  $R_5$ ,  $R_6$  și potențiometrul  $R_7$ . Rezistențele  $R_5$  și  $R_6$  sunt de valori egale, iar variația valorii potențiometrului de la maxim la minim determină modificarea coeficientului de amplificare  $K_1$  de la  $-1$  la  $+1$ .

Defazorul D este alcătuit din AO  $A_4$ , rezistențele  $R_7$ - $R_9$  și condensatorul  $C_1$ . Pentru a asigura valoare unitară modulului coeficientului de transfer al defazorului,  $R_7$  și  $R_8$  trebuie să fie de valori egale. Valorile rezistenței  $R_9$  și a capacității

$C_1$  sunt alese, astfel ca defazajul introdus la frecvența semnalului de măsurare să fie de  $90^\circ$ .

Amplificatorul programabil AP2 este compus din AO  $A_5$ , rezistențele  $R_{10}$ ,  $R_{11}$  și potențiometrul  $R_{12}$ . Rezistențele  $R_{10}$  și  $R_{11}$  sunt de valori egale, iar variația valorii potențiometrului  $R_{12}$  de la maxim la minim asigură reglarea coeficientului de amplificarea  $K_2$  de la  $-1$  la  $+1$ . Sumatorul S este bazat pe AO  $A_6$  și rezistențele  $R_{13}$ - $R_{16}$ , iar pentru ca coeficientul de transfer al acestuia să fie unitar toate aceste rezistențe posedă valori egale.

## 2. EROAREA SIMULATORULUI DE IMPEDANȚĂ

Deoarece SMI sunt destinate pentru utilizări în scopuri metrologice, este absolut necesară analiza și garantarea erorii sistematice a mărimii de referință reprodusă. În afară de erorile sistematice tradiționale, determinate de erorile componentelor pasive ale circuitului, un interes deosebit prezintă **componentele erorii sistematice, cauzate de factorii de neidealitate ai AO (ES)**. Întrucât SMI este realizat pe baza mai multor etaje, determinarea directă a ES totale este destul de dificilă de aceea inițial s-a determinat influența separată a fiecărui factor asupra erorii fiecărui etaj. Conform rezultatelor acestei analize, ES este determinată de valoarea limitată a coeficientului de amplificare a AO și dependența sa de frecvență, precum și de valoarea limitată a impedanțelor de mod comun.

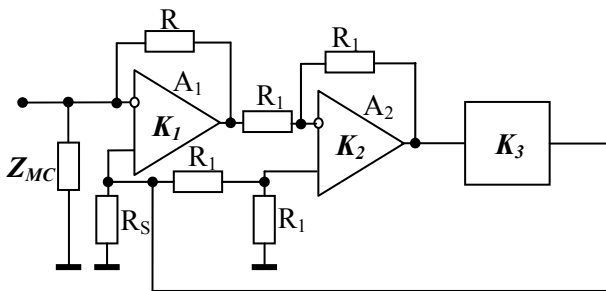


Figura 3. Modelul SMI la calcularea erorilor.

Întrucât ES este cauzată de trei factori, pentru determinarea acesteia s-a elaborat un model al SMI (Fig. 3). Conform acestui model, toate blocurile de

formare și reglare a componentelor impedanței reproduse au fost substituite printr-un singur bloc amplificator cu coeficientul de transfer reglabil  $K_3$ . Eroarea acestui bloc poate fi redusă la minimum prin ajustarea componentelor corespunzătoare a coeficientului  $K_3$ , de aceea în modelul propus se consideră doar factorii de eroare ai primelor două etaje.

Valoarea impedanței reproduse de circuitul model va constitui valoarea reală a impedanței reproduse de SMI, iar pentru determinarea acesteia vom utiliza metoda grafului de fluență conform [19,20] (Fig.4). Prin  $G_i$  sunt reprezentate conductanțele rezistențelor  $R_i$ , prin  $Y_{MC}$  – admitanța corespunzătoare impedanței  $Z_{MC}$ .

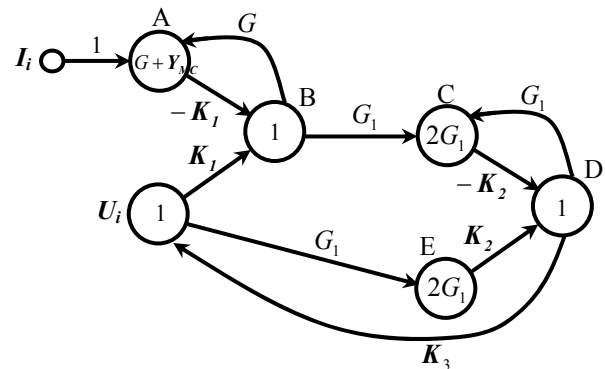


Figura 4. Graful de fluență a modelului SMI la calcularea erorilor.

În urma rezolvării grafului prin metoda formulei lui Mason [21] se obține transmitanța grafului, care reprezintă și valoarea reală a impedanței reproduse:

$$Z_i^R = K_3 \cdot R \cdot \frac{K_1 K_2}{\left(\frac{Y_{MC}}{G} + K_1\right)(K_2 + 2) + K_2 K_3 \left[\frac{Y_{MC}}{G}(K_1 - 1) - 1\right]} \quad (3)$$

În caz ideal impedanța reprodusă de circuitul model al SMI este:

$$Z_i^A = K_3 \cdot R \quad (4)$$

ES a impedanței reproduse de circuitul SMI, considerând (3) și (4) este:

$$\delta_{Z_i} = \frac{Z_i^A}{Z_i^R} - 1 = \frac{K_1 K_2}{\left(\frac{R}{Z_{MC}} + K_1\right)(K_2 + 2) + K_2 K_3 \left[\frac{R}{Z_{MC}}(K_1 - 1) - 1\right]} - 1 \quad (5)$$

Dacă se consideră  $AO_1$  și  $AO_2$  de același tip cu coeficienții de amplificare  $K_1=K_2=K \gg 2$ , atunci expresia (5) se simplifică:

$$\delta_{z_i} = \frac{K}{\frac{R}{Z_{MC}} + K + K_3 \left( \frac{R}{Z_{MC}} K - 1 \right)} - 1 \quad (6)$$

Dependența coeficientului de amplificare al AO de frecvența semnalului poate fi aproximată prin caracteristica de transfer cu un pol al unui etaj liniar cu integrare [22]:

$$K = \frac{K_0}{1 + j\omega_n \cdot K_0} \quad (7)$$

unde:  $\omega_n = \omega_s / \omega_t$  - frecvența normalizată a semnalului,  $\omega_s$  - frecvența semnalului,  $\omega_t$  - frecvența unitară a caracteristicii amplitudine - frecvență a AO.

Impedanțele finite de intrare de mod comun în caz general posedă caracter complex din cauza prezenței capacității parazite de intrare  $C_{MC}$  și pot fi exprimate [22]:

$$Z_{MC} = \frac{R_{MC}}{1 + j\omega\tau_{MC}} \quad (8)$$

unde:  $\tau_{MC} = R_{MC} \cdot C_{MC}$  - constanta de timp a impedanței  $Z_{MC}$ ;  $R_{MC}$  - rezistența activă de intrare de mod comun;  $C_{MC}$  - capacitatea parazită de intrare.

Substituind (7) și (8) în (6) obținem:

$$\delta_{z_i} = \frac{\frac{K}{1 + j\omega_n K}}{\frac{R}{R_{MC}} (1 + j\omega\tau_{MC}) + \frac{K}{1 + j\omega_n K} + (K_R + jK_X) \left[ \frac{K \cdot R}{R_{MC}} \frac{1 + j\omega\tau_{MC}}{1 + j\omega_n K} - 1 \right]} - 1 \quad (9)$$

unde  $K_R$  și  $K_X$  reprezintă componenta reală și respectiv imaginară a coeficientului de reglare  $K_3$ :

$$K_3 = K_R + jK_X \quad (10)$$

După efectuarea transformărilor corespunzătoare asupra relației (9) obținem următoare expresie a ES  $\delta_{z_i}$ :

$$\delta_{z_i} = \frac{\gamma(\theta - \gamma) - \xi(\beta + \xi)}{\gamma^2 + \xi^2} - j \frac{\gamma(\beta + \xi) - \xi(\theta - \gamma)}{\gamma^2 + \xi^2} \quad (11)$$

unde:

$$\theta = \frac{K}{1 + \omega_n^2 K^2}, \quad \beta = \frac{\omega_n K^2}{1 + \omega_n^2 K^2} \quad (12)$$

$$\gamma = \chi + \theta + K_R(\chi \cdot \theta + \psi \cdot \beta) - K_R - K_X(\psi \cdot \theta - \beta \cdot \chi) \quad (13)$$

$$\xi = \psi - \beta + K_R(\psi \cdot \theta - \beta \cdot \chi) + K_X(\chi \cdot \theta + \psi \cdot \beta) - K_X \quad (14)$$

$$\chi = \frac{R}{R_{MC}}, \quad \psi = \frac{R}{R_{MC}} \omega\tau_{MC} \quad (15)$$

Conform relației (11), ES a impedanței reproduse de SMI este o mărime complexă reprezentată în coordonate Carteziene. Întrucât pentru impedanța reprodusă, partea reală prezintă o rezistență iar partea imaginară o reactanță, acest lucru este valabil și pentru ES a impedanței reproduse:

$$\text{Re } \delta_{z_i} = \delta_{R_i} = \frac{\gamma(\theta - \gamma) - \xi(\beta + \xi)}{\gamma^2 + \xi^2} \quad (16)$$

$$\text{Im } \delta_{z_i} = \delta_{X_i} = -\frac{\gamma(\beta + \xi) - \xi(\theta - \gamma)}{\gamma^2 + \xi^2} \quad (17)$$

Pentru a analiza valorile ES a componentelor impedanței reproduse se va considera un caz particular în care  $AO_1$  și  $AO_2$  au frecvența unitară 10MHz, coeficientul de amplificare  $K=50 \cdot 10^3$ , rezistența de mod comun de 500 M $\Omega$ , capacitatea parazită de mod comun 2pF, iar coeficientul de conversie curent-tensiune  $R=2k\Omega$ . Pentru acest caz se va analiza evoluția valorii ES în funcție de diverși factori de eroarea. Un interes sporit îl are dependența valorii ES de valoarea mărimii reproduse.

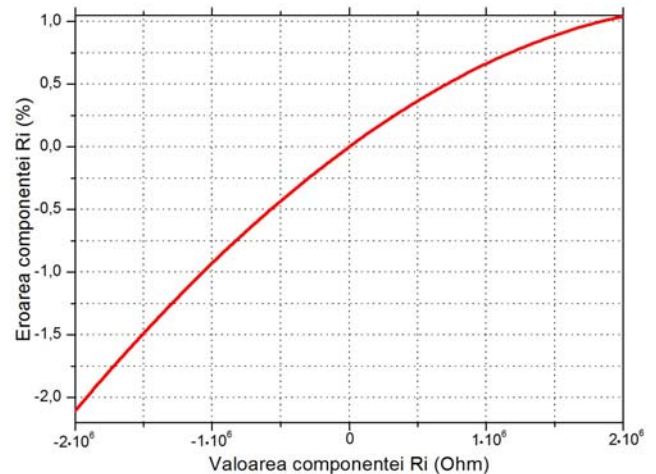


Figura 5. Dependența  $\delta_{R_i}$  de  $R_i$ .

Pentru a determina dependența valorii ES de valoarea mărimii reproduse se va considera frecvența semnalului de intrare 1KHz, iar SMI reproduce doar o singură componentă a impedanței. În Fig. 5 este reprezentat graficul dependenței  $\delta_{R_i}(R_i)$  în banda de valori  $(-2 \div +2)M\Omega$  pentru  $X_i=0$ , iar în Fig. 6 graficul dependenței  $\delta_{X_i}(X_i)$  în aceeași bandă pentru  $R_i=0$ . După cum se observă din aceste grafice, valoarea ES crește odată cu creșterea valorii mărimii reproduse ceea ce recomandă utilizarea SMI la reproducerea mărimilor etalon de valoare cât mai mică.

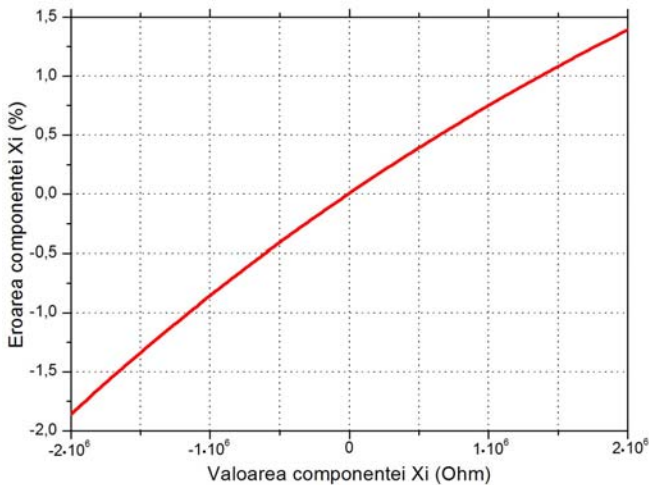


Figura 6. Dependența  $\delta_{X_i}$  de  $X_i$

Din relațiile (13), (14), (16) și (17) se observă că ES a rezistenței reproduse depinde și de valoarea coeficientului  $K_X$ , iar eroarea reactanței reproduse – și de valoarea coeficientului  $K_R$ . Astfel, atunci când SMI reproduce o impedanță complexă, apare necesitatea determinării valorii ES unei componente datorată valorii celeilalte componente a impedanței reproduse. În Fig. 7. este reprezentat graficul dependenței  $\delta_{R_i}(X_i)$  pentru  $R_i=1k\Omega$ , iar în Fig. 8. graficul dependenței  $\delta_{X_i}(R_i)$  pentru  $X_i=1k\Omega$ .

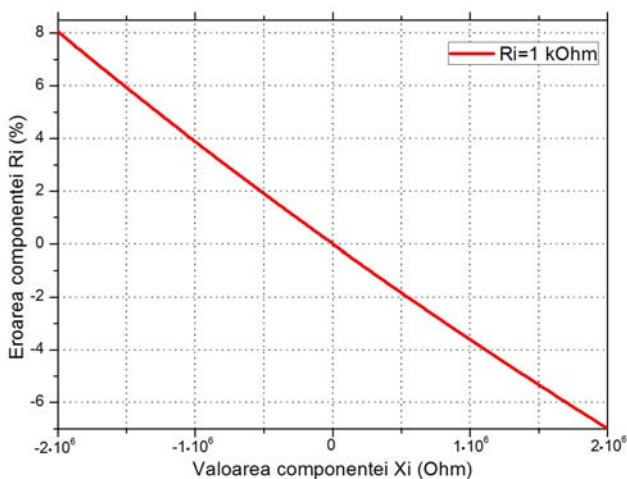


Figura 7. Dependența  $\delta_{R_i}$  de  $X_i$

Din aceste figuri se observă că ES cauzată de influența coeficientului de reglare a unei mărimi asupra valorii celeilalte mărimi este destul de semnificativă, cea mai înaltă precizie de măsurare asigurându-se în cazul în care SMI reproduce impedanțe de un singur caracter: pur activ sau pur reactiv.

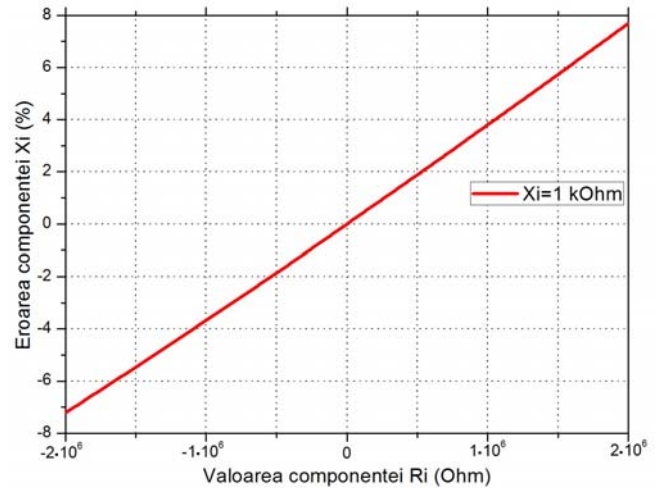


Figura 8. Dependența  $\delta_{X_i}$  de  $R_i$

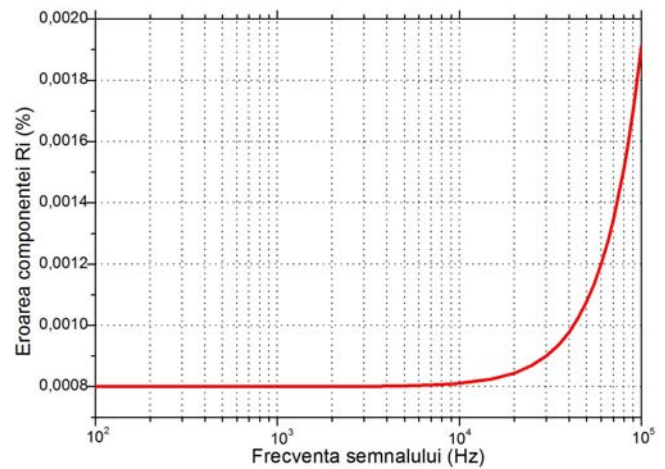


Figura 9. Dependența  $\delta_{R_i}$  de  $f$

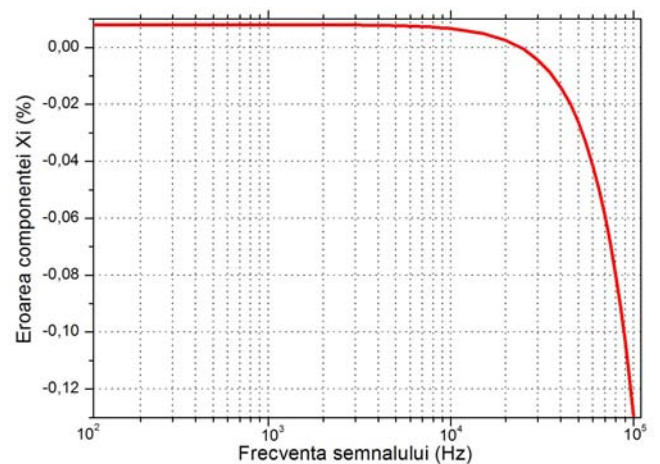


Figura 10. Dependența  $\delta_{X_i}$  de  $f$

Dintre factorii de neidealitate a AO care cauzează apariția erorilor, coeficientul de amplificare  $K$  și impedanța de mod comun  $Z_{MC}$  sunt mărimi dependente de frecvență, de aceea este importantă cunoașterea dependențelor valorilor ES a impedanței reproduse de frecvența semnalului. În Fig. 9 este reprezentat graficul dependenței  $\delta_{R_i}(f)$  pentru  $R_i=1\text{ k}\Omega$  și  $X_i=0$ . După cum se observă din acest grafic, valoarea  $\delta_{R_i}$  crește odată cu creșterea frecvenței și atinge valoarea de 0,0019% la  $f=100$  Hz. O asemenea tendință se obține și în cazul erorii  $\delta_{X_i}$  cauzată de frecvența semnalului pentru  $X_i=1\text{ k}\Omega$  și  $R_i=0$ , graficul dependenței căreia este reprezentat în Fig. 10.

## CONCLUZII

SMI asigură reproducerea impedanțelor virtuale cu orice caracter și cu posibilitatea reglării independente a componentelor activă și reactivă. Toate blocurile acestor simulatoare sunt bazate pe AO cu reacții pozitive și negative, iar caracteristicile mărimii reproduse depind doar de caracteristicile reacțiilor inverse. SMI nu conține în structura sa elemente reactive reglabile ceea ce determină caracteristici metrologice mai înalte.

Eroarea sistematică a mărimii electrice pasive reprodusă de SMI este determinată de factorii de neidealitate ai AO: valoarea limitată a factorului de amplificare, dependența de frecvență a acestuia și a valoarea limitată a impedanțelor de intrare de mod comun. Din relațiile erorilor mărimii pasive reproduse, acești factori determină și o influență a coeficienților de reglare a componentelor mărimii virtuale asupra erorilor, inclusiv pentru componenta opusă. Pentru a asigura o eroare cât mai mică e necesară utilizarea unor AO cu parametri cât mai aproape de cei ideali, utilizarea unui amplificator cu câteva etaje și a amplificatoarelor – tampon.

## Bibliografie

1. **Kneller, V.** *Avtomaticheskoe izmerenie sostavlyaiushhih kompleksnogo soprotivleniya.* Moskva, 368 pag., 1967.
2. **Nastas, V.** *Precision measurement of the impedance components by method of simulated resonance// Conference SPIE, vol 5822, Bellingham, pag.181...191, 2004.*
3. **Nastas, V.** *Simulated resonance and its application for high - accuracy impedance*

*measurement// Conference ICMCS, vol 2, Chișinău, pag. 312...315, 2002.*

4. **Nastas V.** *Măsurarea impedanței prin metoda de rezonanță, Meridian ingineresc Nr. 12, Chișinău, pag. 70...74, 2001.*

5. **Nastas V., Cojocaru V.** *Metodă de măsurare a componentelor impedanței// Brevet de invenție nr. 3577MD. BOPI nr. 12, 2008*

6. **Nastas, V., Scînteianu, M.** *Măsurarea impedanței prin metoda de rezonanță. Meridian ingineresc, nr. 2, Chișinău, pag. 70...74, 2001.*

**Recomandat spre publicare: 26.06.2013.**